

Nim vs Zermelo: Le Jeu

18 septembre 2015

Nous allons nous intéresser à des jeux finis à information complète à deux joueurs.

1 Quelques Exemples de Jeux :

Exercice 1 : Alice et Bob jouent au jeu suivant : 42 allumettes sont posées, Alice commence, et tour à tours ils enlèvent une, deux ou trois allumettes du tas. Celui qui prend la dernière a gagné. Qui a une stratégie gagnante ?

Exercice 2 : Si on a 2015 tas de 2015 allumettes, et que l'on peut prendre que une deux ou trois allumettes dans un même paquet à chaque tour, Qui a une stratégie gagnante ?

Exercice 3 : Animours et Fipi jouent sur une grille de 8×8 cases blanches. Tour à tour ils noircissent une case blanche adjacente à la précédente case noircie. Animours commence en jouant où il veut, et celui qui ne peut plus jouer perd. Qui a une stratégie gagnante ? Et si le quadrillage est 9×9 ?

Exercice 4 (*) : Animours et Fipi jouent cette fois ci sur un quart de plan, et tour à tour ils déplacent un caillou en bas, ou à gauche, ou en diagonale en bas à gauche d'autant de cases qu'il souhaitent. Le premier qui ne peut plus jouer car le caillou est arrivé tout en bas à gauche a perdu. Quelle est la stratégie gagnante selon le point de départ ?

2 Vol de stratégie

Exercice 5 : Le nombre 2 est écrit au tableau. A chaque tour, on peut écrire le nombre $n + 1$ à la place du nombre, ou bien le nombre $2n$ si n pair et $2n - 2$ si n impair. Le premier qui dépasse 120 gagne. Qui a une stratégie gagnante ?

Exercice 6 : Une plaquette de chocolat $n \times m$ contient un carré empoisonné en bas à gauche. A chaque tour, un joueur choisit un carré, et enlève les carrés plus hauts et plus à gauche du carré choisit. Qui a une stratégie gagnante ?

Exercice 7 : Le jeu de Hex se joue sur une grille hexagonale. Chaque joueur a sa couleur. Chacun leur tours ils posent un pion de leur couleur sur une case vide. Le premier à créer une ligne continue de sa couleur entre les deux cotés de la grille de sa couleur a gagné. Qui a une stratégie gagnante ?

3 Le jeu de Nim

Le jeu de Nim classique est le suivant : On a n tas d'allumettes sur la table, avec un certain nombre d'allumettes dans chaque tas. Chacun leur tour, les deux joueurs prennent autant d'allumettes qu'il veulent dans un même tas. Celui qui prend la dernière de toutes les allumettes a gagné.

Exercice 8 : Comment jouer à ce jeu de manière optimale ?

4 D'autres exos rigolos

Exercice 9 : Abby et Brian jouent au jeu suivant : ils choisissent d'abord un entier positif. Ensuite, ils écrivent, l'un après l'autre, des nombres sur un tableau. Abby entame le jeu en écrivant le nombre 1. Par après, si l'un vient d'écrire le nombre n , l'autre écrit soit $n + 1$, soit $2n$, pourvu que le nombre ne soit pas plus grand que N . Le joueur qui écrit N au tableau gagne le jeu. Qui a une stratégie gagnante pour $N = 2015$? Pour combien de $N < 2015$ Brian a une stratégie gagnante ?

Exercice 10 (*) : Leonardo et son ami jouent au jeu suivant : N allumettes sont initialement posées sur la table. Leonardo en enlève certaines, ensuite ils jouent tour à tour, mais si le joueur précédant vient d'en enlever n alors le joueur dont c'est le tour n'en enlève pas plus de $2n$. Comment Brian peut-il gagner ?

Exercice 11 : Dupond et Dupond jouent à un jeu : ils ont devant eux une ligne de taille n et ils écrivent S ou O tour à tour sur une case. Le premier à écrire SOS a gagné. Si personne n'a écrit SOS et que la ligne est remplie c'est mathch nul. Y a-t-il une stratégie gagnante ? Etudiez $n = 5$ lorsque le premier écrit S sur la première cas au début, puis $n = 7, 2016, 14$